

NEPARAMETRIJSKI TESTOVI

Neparametrijski testovi se koriste kod atributivnih obeležja. a kod numeričkih obeležja se koriste kod malih uzoraka koji nemaju normalan raspored. Tada se varijable ne tretiraju kao brojevi sa kojima su moguće matematičke operacije, već kao rangirani niz.

Neparametrijski testovi testiraju “razliku” između frekvencija ili njihovih rangova unutar skupa. Prednost u odnosu na parametrijske testove je ta što se mogu koristiti i kod malih uzoraka koji nemaju normalan raspored, a nedostatak što imaju manju pouzdanost i manju snagu.

χ^2 TEST

To je jedan od najpoznatijih neparametrijskih testova. Poznat je i pod nazivom Pearson-ov χ^2 test, jer ga je razradio K. Pearson 1900. godine.

χ^2 testom se izračunava da li postoji statistički značajna povezanost u frekvencijama dva atributivna obeležja ili između dobijenih (opaženih) frekvencija i frekvencija koje očekujemo kod određene hipoteze.

Dobijene frekvencije su frekvencije dobijene empirijskim istraživanjem ili eksperimentom.

Očekivane frekvencije su teorijskog karaktera ili očekivane na osnovu hipoteze koju želimo da proverimo.

Hi kvadrat test se upotrebljava za testiranje značajnosti razlike između dobijenih (f_d) i očekivanih (f_o) frekvencija. Definiše se formulom:

$$\chi^2 = \sum \frac{(f_d - f_o)^2}{f_o}$$

Pri izradi ovog testa:

- Zbir dobijenih i očekivanih frekvencija mora uvek biti jednak
- Zbir razlike dobijenih i očekivanih frekvencija uvek je jednak nuli

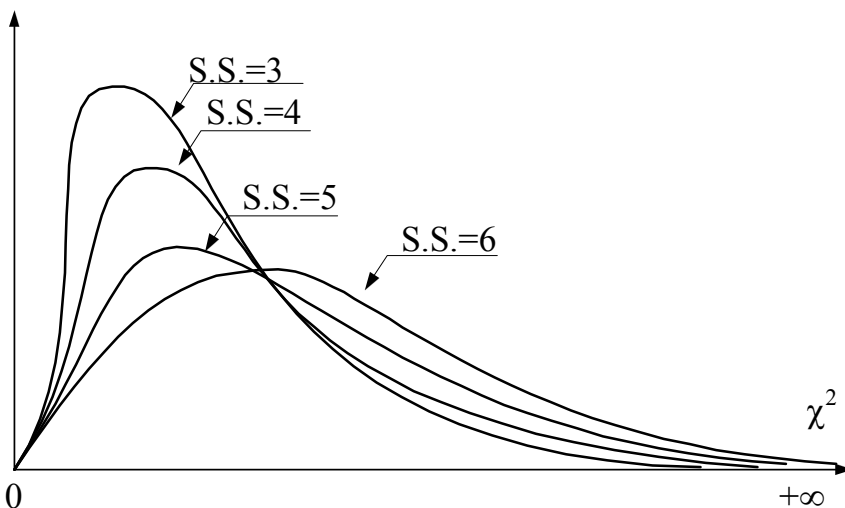
Ako ova dva uslova nisu ispunjena, postoji negde greška u računu ili problem nema smisla, nije χ^2 test adekvatan za taj problem.

Vrednost χ^2 testa ne može da bude negativna jer ona predstavlja sumu kvadrata.

Stepen slobode se izračunava po obrascu: S.S. = (R-1) x (K-1), gde je K - broj kolona, a R – broj redova.

Tumačenje dobijene vrednosti bazira se na teorijskom χ^2 rasporedu:

- a) Raspored je definisan u oblasti od 0 do $+\infty$,
- b) Kriva rasporeda nije simetrična, međutim, s povećanjem broja modaliteta posmatranog obeležja (sa povećanjem broja stepena slobode) χ^2 kvadrat raspored se približava normalnom rasporedu,
- c) Za svaki broj stepeni slobode postoji i određen χ^2 kvadrat raspored i kritične oblasti prihvatanja ili odbacivanja nulte hipoteze.



Tumačenje realizovane vrednosti χ^2 testa vrši se na osnovu tablica kritičnih vrednosti χ^2 distribucije (Prilog).

Tri su najvažnija uslova za primenu χ^2 kvadrat testa:

1. χ^2 kvadrat test se izračunava isključivo is apsolutnih frekvencija, ili iz podataka ako mogu da se svedu na apsolutne frekvencije;
2. Nijedna od apsolutnih frekvencija ne sme da ima vrednost manju od 5 jedinica i
3. Kada su uzorci manji od 200 jedinica ($n_1+n_2 < 200$) primenjuje se Yates-ova korekcija:
 - (1) Svaka dobijena frekvencija, ako je veća od očekivane umanjuje se za 0,5, a
 - (2) Svaka dobijena frekvencija ako je manja od očekivane uvećava se za 0,5.

χ^2 kvadrat test može imati sledeće modalitete:

1. **χ^2 TEST RASPOREDA FREKVENCIJA**
2. **χ^2 TEST NEZAVISNOSTI**
3. **χ^2 TEST HOMOGENOSTI**

1. χ^2 TEST RASPOREDA FREKVENCIJA (TEST SLAGANJA)

Ispituje razliku između rasporeda dobijenih (opaženih) i očekivanih (teoretskih) frekvencija. Dobijene (opažene) frekvence su frekvence modaliteta obeležja u uzorku koji ispituje.

Očekivane (teoretske) frekvencije se mogu dobiti na više načina:

1. na osnovu nulte hipoteze
2. na osnovu teoretske raspodele verovatnoća
3. na osnovu stručne teorije ili prethodnih istraživanja.

Kao što je gore istaknuto, jedna od karakteristika neparametrijskih postupaka je da se u njima vodi računa o čitavoj distribuciji, pa je zato jedan od osnovnih načina primene χ^2 testa ispitivanje podudarnosti dve distribucije, tzv. testovi slaganja. Drugim rečima, ispituje se da li su naši empirijski podaci saglasni sa nekom hipotetičkom raspodelom.

Primer 1. Prilikom zapošljavanja u Domu zdravlja, doktor medicine je očekivao da će dnevno u radnim danima imati po 52 bolesnika, odnosno 260 pregleda nedeljno. Posle prve nedelje rada broj pregledanih bolesnika bio je sledeći: ponedeljak – 60, utorak – 40, sredi – 45, četvrtak – 55 i petak – 60 pregleda. Da li je lekar bio u pravu?

1. Postavljamo hipoteze:

Ho: Broj pregleda se ne razlikuje po radnim danima u nedelji

Ha: Broj pregleda se razlikuje po radnim danima u nedelji

2. Pošto smo odabrali odgovarajući χ^2 test, krećemo u njegovu izradu:

Dobijene frekvencije su frekvencije date u zadatku. Raspored očekivanih frekvencija proizilazi iz tvrdnje nulte hipoteze da je broj pregleda isti u svim radnim danima, tj. po 52 pregleda dnevno kako je izračunao lekar ($260:5=52$).

Radi lakšeg i bržeg izračunavanja konstruiše se radna tabela:

dani	f_d	f_o	$f_d - f_o$	$(f_d - f_o)^2$	$\frac{(f_d - f_o)^2}{f_o}$
1. ponedeljak	60	52	+8	64	1,23
2. utorak	40	52	-12	144	2,77
3. sredi	45	52	-7	49	0,94
4. četvrtak	55	52	+3	9	0,17
5. petak	60	52	+8	64	1,23
Σ	260	260	0	-	$\Sigma \chi^2=6,34$

$$\chi^2 = \sum \frac{(f_d - f_o)^2}{f_o} = 6,34$$

1. Odredimo broj stepena slobode po formuli: $S.S.=R-1=5-1=4$

Za broj stepena slobode 4 i prag značajnosti od 0,05 u tablicama kritičnih vrednosti χ^2 distribucije očitavamo da je $\chi^2 = 9,488$.

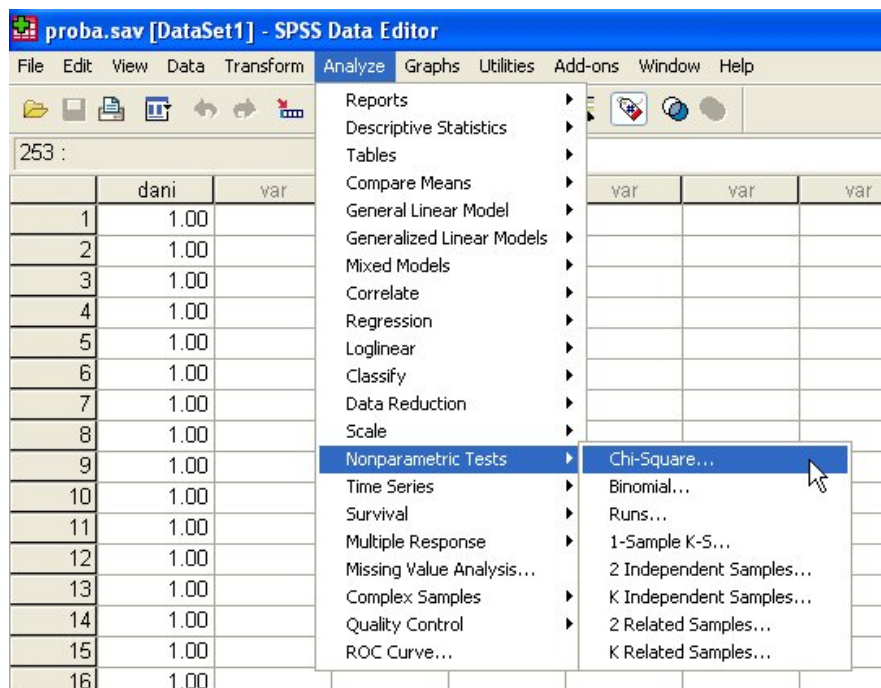
$$\chi^2 = 6,34 < \chi^2_{(4; 0,05)} = 9,488 \text{ i } p > 0,05$$

Kako je realizovana χ^2 vrednost od 6,34 manja od granične tablične vrednosti $\chi^2 = 9,488$ za stepen slobode 4 i prag značajnosti $p=0,05$, prihvatamo nultu i odbacujemo alternativnu hipotezu za nivo greške $p > 0,05$ i zaključujemo da se broj pregleda ne razlikuje po radnim danima u nedelji, tj. da je doktor medicine pravilno procenio prosečan broj pregleda po radnom danu.

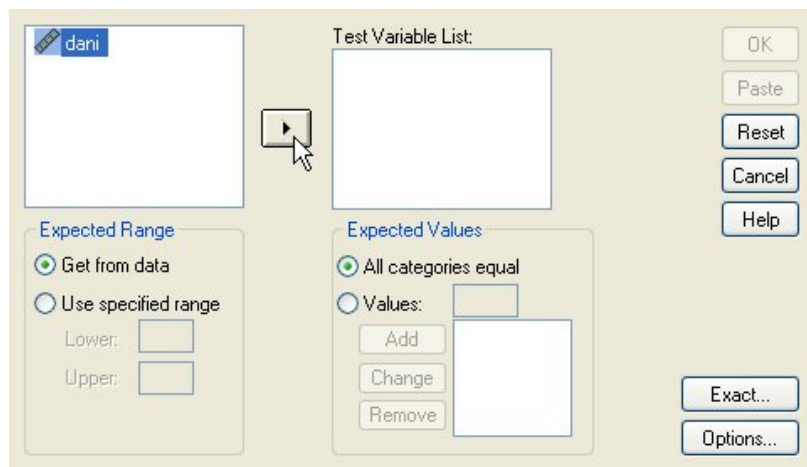
U SPSS-u zadatak se radi na sledeći način:

Podatke u SPSS obrazac unosimo tako što ćemo brojevima šifrirati dane: ponedeljak brojem 1, utorak -2, sreda – 3, četvrtak – 4 i petak - 5. Brojke su nam potrebne jer SPSS neće obraditi podatke označene slovima ili rečima.

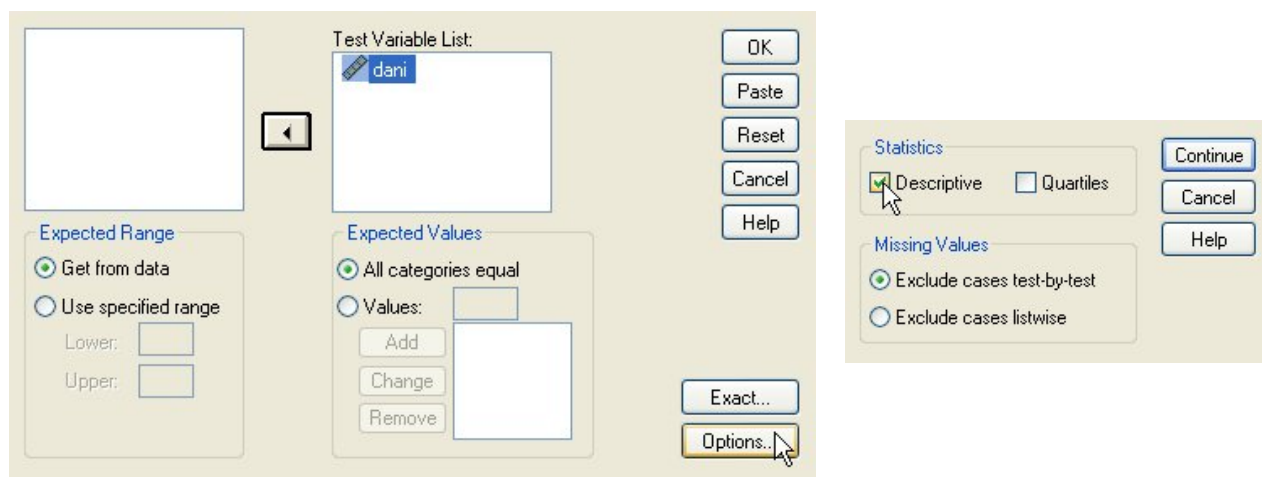
Da bi se aktivirao χ^2 test rasporeda frekvencija treba otvoriti *Analyze/Nonparametric tests* i u desnom grananju izabere se *Chi-Square*.



Nakon toga pojavljuje se sledeći prozor:



Odabere se varijabla „boja“ i prebaci strelicom na *Test Variable List*, a zatim se odabere *Options* i označi *Descriptive*.



Klikne se na *Continue* i *OK* i u Output-u se dobiju rezultati.

dani

	Observed N	Expected N	Residual
1.00	60	52.0	8.0
2.00	40	52.0	-12.0
3.00	45	52.0	-7.0
4.00	55	52.0	3.0
5.00	60	52.0	8.0
Total	260		

Test Statistics

	dani
Chi-Square ^a	6.346
df	4
Asymp. Sig.	.175

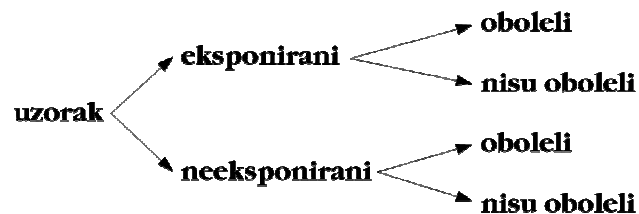
a. 0 cells (.0%) have expected frequencies less than 5. The minimum expected cell frequency is 52.0.

U prvoj tabeli su dobijene (Observed N) i očekivane frekvencije (Expected N), a u drugoj vrednost testa (*Chi Square*) koja je za ovaj primer $\chi^2=6,346$ i p (*Asymp. Sig.*) koje je $p=0,175$.

2. χ^2 TEST NEZAVISNOSTI

Dva nezavisna uzorka koja se testiraju uzeta su iz jednog skupa i testira se povezanost između dva obeležja. Iz ovoga proizilazi sledeća definicija χ^2 nezavisnosti – testira povezanost između dva obeležja jednog skupa.

Praktično ceo skup, odnosno uzorak može da se podeli na dva dela: na grupu jedinica koje „imaju“ i grupu jedinica koje „nemaju“ neko obeležje. Ako se ta dva obeležja mogu klasifikovati u dva modaliteta, dobijamo sledeći odnos:



Navedeni odnosi dva obeležja jednog uzorka, sa po dva modaliteta, prikazuju se tabelom kontigencije 2x2, u dva reda i dve kolone. Koji modaliteti se prikazuju u redovima, a koji u kolonama, zavisi od metoda i načina ispitivanja i studije.

Observacione ili retrospektivne studije, u kojima se polazi od bolesti (posledice) pa ide prema ekspoziciji (uzroku bolesti).

Kod ovih studija tabela kontingencije 2x2 ima sledeći opšti oblik:

rizik faktor (ekspozicija)	stanje zdravlja		ukupno
	oboleli	zdravi	
eksponirani	a	b	a+b
neeksponirani	c	d	c+d
ukupno	a+c	b+d	a+b+c+d=N

Radna hipoteza: Prevalencija oboljenja je veća među onima koji su bili eksponirani, odnosno frekvencija eksponiranih i obolelih (a) je značajno veća od frekvencije neeksponiranih, a obolelih (c).

Prospektivne studije polaze od uzroka (faktora rizika) pa idu prema posledici (bolesti).

Kod ovih studija tabela kontingencije ima oblik:

stanje zdravlja	uzrok - ekspozicija		ukupno
	eksponirani	neeksponirani	
oboleli	a	b	a+b
nisu oboleli	c	d	c+d
ukupno	a+c	b+d	N=a+b+c+d

Radna hipoteza: Očekuje se da prevalenca oboljenja bude znatno veća kod eksponiranih, odnosno frekvencija obolelih- eksponiranih (a) je značajno veća od frekvencije obolelih- neeksponiranih (c).

Odgovor na pitanje, da li je frekvencija eksponiranih i obolelih veća od frekvencije obolelih a neeksponiranih, kod obe studije daje nam χ^2 test. U stvari χ^2 test daje odgovor na pitanje da li postoji asocijacija između ekspozicije (rizik faktora) i nekog oboljenja.

Primer 2. Da li postoji veza između pušenja i raka pluća? Od 500 slučajno izabranih pacijenata, 85 je imalo karcinom pluća, a od ovih 75 su bili pušači. Kod 415 pacijenata bez karcinoma pluća, bilo je 150 pušača.

Ho: Između pušenja i raka pluća ne postoji povezanost

Ha: Između pušenja i raka pluća ne postoji povezanost

Podatke predstavimo u vidu tabele kontigencije 2x2:

pušenje	Ca pluća	zdravi	ukupno
da	75 a	150 b	225 (a+b)
ne	10 c	265 d	275 (c+d)
ukupno	85 (a+c)	415 (b+d)	500

Dobijene frekvencije su frekvencije već date u zadatku: za pušače obolele od Ca pluća (a), zdrave pušače (b), nepušače obolele od Ca pluća (c) i zdrave nepušače (d). Očekivane frekvencije se računaju tako što se proizvod ukupnog zbira kolona i ukupnog zbira reda deli sa ukupnom veličinom uzorka (N):

$$f_o = \frac{\sum K \cdot \sum R}{N} \quad \text{ili} \quad f_o = \frac{(a+c) \cdot (a+b)}{a+b+c+d},$$

gde je K – kolona, R – red, a N – veličina uzorka.

$$f_{\text{pušači sa Ca pluća (a)}} = \frac{85 \cdot 225}{500} = 38,25$$

$$f_{\text{pušači bez Ca pluća (b)}} = \frac{415 \cdot 225}{500} = 186,75$$

$$f_{\text{nepušači sa Ca pluća (c)}} = \frac{85 \cdot 275}{500} = 46,75$$

$$f_{\text{nepušači bez Ca pluća (d)}} = \frac{415 \cdot 275}{500} = 228,25$$

Kada smo izračunali očekivane frekvence, pristupimo izračunavanju vrednosti χ^2 testa:

	f_d	f_o	$f_d - f_o$	$(f_d - f_o)^2$	$\frac{(f_d - f_o)^2}{f_o}$
pušači sa Ca pluća	75	38,25	36,75	1350,56	35,31
pušači bez Ca pluća	150	186,75	-36,75	1350,56	7,23
nepušači sa Ca pluća	10	46,75	-36,75	1350,56	28,89
nepušači bez Ca pluća	265	228,25	36,75	1350,56	5,92
Σ	500	500	0		$\Sigma \chi^2 = 77,35$

Stepen slobode se određuje po formuli: $S.S. = (K-1) \times (R-1)$.

Kod tabele kontingencije 2×2 , broj stepena slobode jednak je 1 jer je:

$$(2-1) \times (2-1) = 1.$$

Za stepen slobode 1 i $p = 0,05$ u tablici χ^2 rasporeda očitavamo graničnu tabličnu vrednost $\chi^2 = 3,841$.

$$\chi^2 = 77,35 > \chi^2_{(1; 0,05)} = 3,841 \text{ i } p < 0,05$$

Kako je realizovana χ^2 vrednost od 77,35 veća od granične tablične vrednosti,

$\chi^2 = 3,841$, za stepen slobode 1 i prag značajnosti $p = 0,05$, odbacujemo nultu i prihvatamo alternativnu hipotezu sa greškom $p < 0,05$ i sigurnošću $P > 95\%$ i zaključujemo da postoji povezanost između pušenja (kao rizik faktora) i raka pluća.

Prihvatili smo alternativnu hipotezu, koja u opštem smislu znači: između obeležja postoji statistički značajna veza. To nam potvrđuje realizovana χ^2 vrednost koja je veća od teorijske, tj. tablične. Međutim, realizovana vrednost χ^2 ne daje informaciju koliki je stepen intenziteta te asocijacije.

Ta informacija dobija se na osnovu *koeficijenta kontingencije*.

(Napomena : određivanje koeficijenta kontingencije ima smisla samo ako na osnovu H_0 -kvadrat testa odbacimo nultu hipotezu).

Koeficijent kontingencije izračunava se iz sledećeg obrasca:

$$C = \sqrt{\frac{\chi^2}{N + \chi^2}} = \sqrt{\frac{77,35}{500 + 77,35}} = 0,37$$

Potrebno je utvrditi da li je vrednost koeficijenta kontingencije bliži maksimumu ili nuli.

Za tabelu kontingencije 2×2 , maksimalna vrednost koeficijenta se dobija po formuli:

$$C_{\max} = \sqrt{\frac{R-1}{R}} \text{ ili } \sqrt{\frac{K-1}{K}} \qquad C_{\max} = \sqrt{\frac{2-1}{2}} = \sqrt{0,5} = 0,707,$$

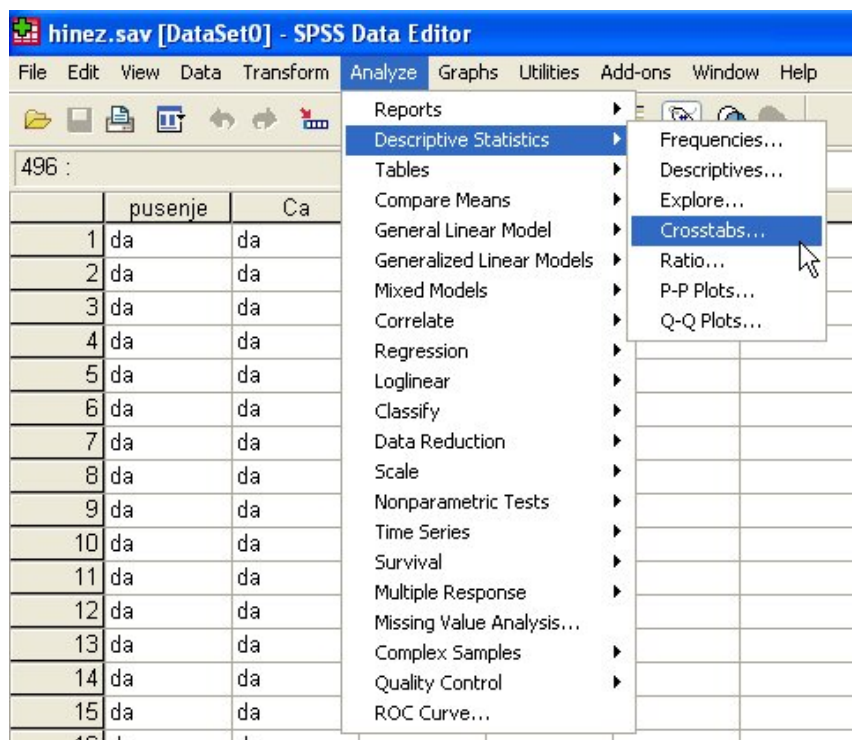
gde je R – broj redova, a K – broj kolona.

Što je dobijena vrednost koeficijenta kontingencije bliža vrednosti od 0,707 to je veza intenzivnija i jača.

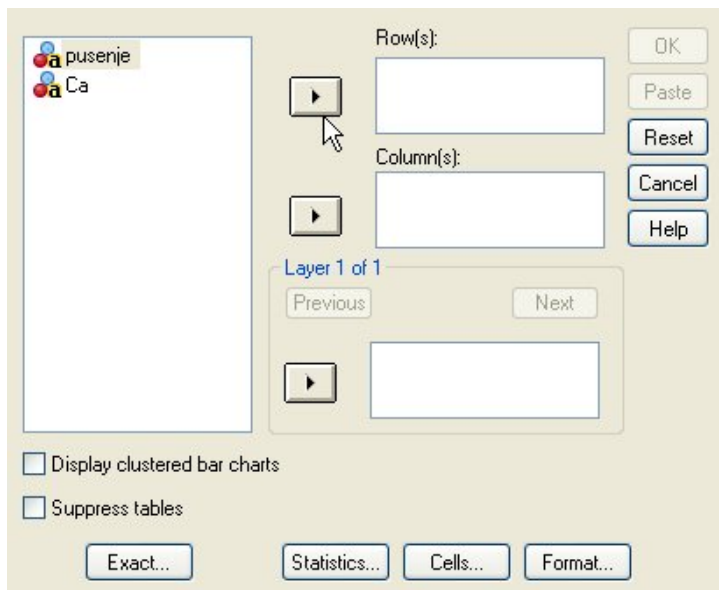
Dobijena vrednost je bliža maksimalnoj vrednosti $C=0,707$, nego nuli ($0,707-0,37=0,337$): $C=0,37 > 0,337$ pa možemo da tvrdimo da postoji dosta visok stepen korelacije ili asocijacije između pušenja i raka pluća.

U SPSS-u to izgleda ovako:

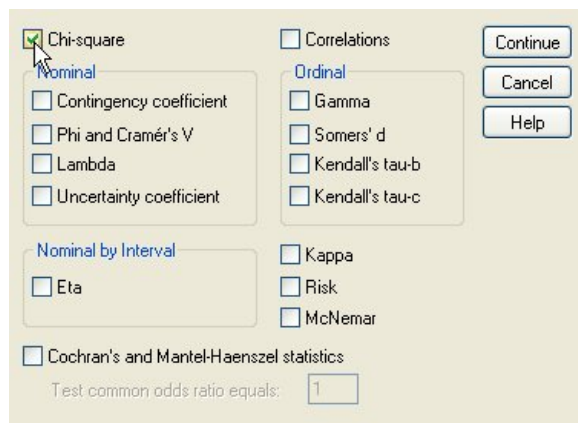
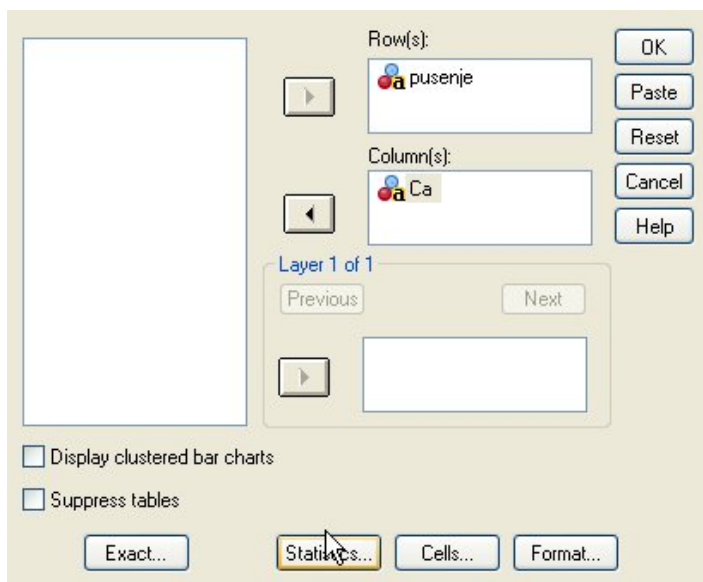
Otvori se Analyse/Descriptive Statistics/ Crosstabs.



Klikne se na *Crosstabs* i otvori se sledeći prozor:



U redove (*Row(s)*) se prebaci dihotoma varijabla „pušenje“. U drugi prozor *Column(s)* prebaci se druga dihotoma varijabla „Ca“. Otvori se *Statistics* i označi se *Chi-Square*.



Izda se naredba *Continue* i *OK*. U Outputu se dobiju rezultati.

Case Processing Summary

	Cases					
	Valid		Missing		Total	
	N	Percent	N	Percent	N	Percent
pusenje * Ca	500	100.0%	0	.0%	500	100.0%

pusenje * Ca Crosstabulation

		Ca		Total
		da	ne	
pusenje	da	75	150	225
	ne	10	265	275
Total		85	415	500

Chi-Square Tests

	Value	df	Asymp. Sig. (2-sided)	Exact Sig. (2-sided)	Exact Sig. (1-sided)
Pearson Chi-Square	77.347 ^b	1	.000		
Continuity Correction ^a	75.256	1	.000		
Likelihood Ratio	83.539	1	.000		
Fisher's Exact Test				.000	.000
N of Valid Cases	500				

a. Computed only for a 2x2 table

b. 0 cells (.0%) have expected count less than 5. The minimum expected count is 38.25.

Druga tabela je tabela kontingencije 2x2 sa ukrštenim modalitetima obeležja. U trećoj tabeli u redu *Pearson Chi-Square* su vrednosti χ^2 testa – *Value* koja iznosi 77,347 i p - *Asymp. Sig. (2-sided)* za koje je u tabeli Output-a SPSS-a izbacio vrednost 0,000. U tom slučaju u rezultatima se piše da je $p < 0,001$.

3. χ^2 TEST HOMOGENOSTI

Ovaj test utvrđuje da li ispitivani nezavisni uzorci pripadaju istom ili su uzeti iz različitih skupova.

Kod testa homogenosti postupak izračunavanja je isti, ali on nije identičan sa testom nezavisnosti. Testom nezavisnosti istražujemo razliku između dva obeležja uzoraka uzetih iz jednog skupa, a testom homogenosti ispitujemo razliku između više nezavisnih uzoraka izvučenih iz različitih skupova.

Primer 3. Slučajno su odabrani uzorci od po 800 bolesnika operisanih u Nišu i Beogradu. Broj postoperativnih komplikacija bio je sledeći:

Tabela kontigencije postoperativnih komplikacija u Nišu i Beogradu

komplikacije	Niš	Beograd	ukupno
ne	762	760	1522
da	38	40	78
ukupno	800	800	1600

Zadatak je da se za nivo značajnosti $p=0,05$ oceni da li hirurzi u Nišu i Beogradu imaju bitno različit broj postoperativnih komplikacija.

Ho: Ne postoji statistički značajna razlika u broju postoperativnih komplikacija bolesnika operisanih u Nišu i Beogradu, tj. uzorci se ponašaju kao da pripadaju istom osnovnom skupu.

Ha: Postoji statistički značajna razlika u broju postoperativnih komplikacija bolesnika operisanih u Nišu i Beogradu, tj. uzorci se ponašaju kao da pripadaju različitim skupovima.

Očekivane frekvencije izračunavamo prema već poznatoj metodologiji:

$$fo_a = \frac{800 \cdot 1522}{1600} = 761$$

$$fo_b = \frac{800 \cdot 1522}{1600} = 761$$

$$fo_c = \frac{800 \cdot 78}{1600} = 39$$

$$fo_d = \frac{800 \cdot 78}{1600} = 39$$

Sada možemo pristupiti izračunavanju pojedinih vrednosti neophodnih za izračunavanje χ^2 testa.

Dobijene i očekivane frekvencije

komplikacije	Niš		Beograd	
	fd	fo	fd	fo
ne	762	761	760	761
da	38	39	40	39
ukupno	800	800	800	800

Iz podataka tabele sledi:

$$\chi^2 = \sum \frac{(f_d - f_o)^2}{f_o} = \frac{(762 - 761)^2}{761} + \frac{(38 - 39)^2}{39} + \frac{(760 - 761)^2}{761} + \frac{(40 - 39)^2}{39} = 0,055$$

$$S.S. = (R-1) \times (K-1) = (2-1) \times (2-1) = 1 \times 1 = 1$$

$$\chi^2 = 0,55 < \chi^2_{(1; 0,05)} = 3,841 \text{ i } p > 0,05$$

Kako je realizovana, tj. osnovna χ^2 vrednost od 0,55 manja od granične tablične vrednosti,

$\chi^2 = 3,841$, za broj stepeni slobode 1 i prag značajnosti od $p = 0,05$, prihvatamo nultu i odbacujemo alternativnu hipotezu i zaključujemo da ne postoji statistički značajna razlika u broju postoperativnih komplikacija bolesnika operisanih u Nišu i Beogradu, tj. uzorci se ponašaju kao da pripadaju istom osnovnom skupu.

MANTEL – HAENZEL-ov χ^2 TEST

Dva autora, Mantel i Haenzel, razradili su tehniku izračunavanja χ^2 testa direktno iz izvornih podataka tabele kontigencije 2×2 . Njegova primena se preporučuje se kod uzoraka manjih od 200 jedinica. Prednost primene ovog načina izračunavanja je u tome što razrađena formula automatski obuhvata i Yates-ovu korekciju.

Za primer 3 izračunali bi smo ga na sledeći način:

$$\chi^2 = \frac{[|a \cdot d - b \cdot c| - 0,5N]^2 \cdot N}{(a+b) \cdot (c+d) \cdot (a+c) \cdot (b+d)} = 75,26$$

Dobijena je nešto manja vrednost (dobijeni χ^2 test bez korekcije je bio 77,35) jer pri prvom metodi izračunavanja na osnovu razlika dobijenih i očekivanih frekvencija nije bila uključena Yates-ova korekcija.

FISCHER-ov TEST TAČNE VEROVATNOĆE

Fisherov test se primenjuje kod tabela kontigencije 2×2 , kod nezavisnih uzoraka kada se vrednosti obeležja mogu da prikažu dihotomno tj. kada i ekspoziciju (uzrok) i bolest ili neko drugo stanje (posledicu) možemo da prikažemo sa "da" i "ne". Prednost ovog testa ogleda se u tome što on može da se primeni i kada je u pojedinim "čelijama" frekvencija manja od 5 jedinica ili jednaka nuli. O tome vodi računa aplikacija statističkog programa.

Izračunava se direktno p vrednost za procenu verovatnoće greške tvrdnje da između frekvencija ima razlike.

Fisher-ov test tačne verovatnoće je u suštini jednostran. Nije jasno šta bi bila odgovarajuća odstupanja u drugom pravcu, posebno kada su sve marginalne ukupne vrednosti različite. Ovo je zato što je u tom slučaju raspodela asimetrična. Jedno rešenje je da se udvostruči jednostrana verovatnoća da bi dobili dvo-strani test kada je to potrebno. Armitage i Berry (1994) preferiraju ovu opciju. Drugo rešenje je da se izračunaju verovatnoće za svaku moguću tabelu i da se saberu sve verovatnoće manje od ili jednake verovatnoći za posmatranu tabelu da bi dale P vrednost. Ovo može dati manju P vrednost od metode dupliranja (*doubling method*).

$$p = \frac{(a+b)!(c+d)!(a+c)!(b+d)!}{a!b!c!d!(N)!}$$

Na taj način, za razliku od χ^2 testa gde prvo računamo vrednost χ^2 pa na osnovu nje za određen broj stepena slobode i granične vrednosti utvrđujemo koliko je p, kod Fišerovog testa nema svih tih koraka u izračunavanju, već se odmah dobije kolika je vrednost p. Ukoliko je:

- $p > 0,05$, prihvatamo nultu i odbacujemo alternativnu hipotezu,
- $p \leq 0,05$, odbacujemo nultu i prihvatamo alternativnu hipotezu.

Primer 4. Od 8 onkoloških bolenika, 4 je lečeno jednom, a 4 drugom terapijom. Od 4 bolesnika lečenih terapijom A umro je 1 bolesnik, a od 4 bolesnika lečenih terapijom B umrla su 2 bolesnika. Da li postoji signifikantna razlika u ishodu lečnja između ove dve terapije?

Prvo pravimo tabelu kontigencije:

terapija	preživeli	umrli	ukupno
A	3	1	4
B	2	2	4
ukupno	5	3	8

Zatim postavljamo hipoteze:

Ho: Nije postojala signifikantna povezanost između vrste terapije i ishoda lečenja.

Ha: Postojala je signifikantna povezanost između vrste terapije i ishoda lečenja.

$$p = \frac{(3+1)!(2+2)!(3+2)!(1+2)!}{3!1!2!2!8!} = 0,107$$

Kako je $p = 0,107$ veće od 0,05, prihvatamo nultu i odbacujemo alternativnu hipotezu i zaključujemo da nije postojala signifikantna povezanost između vrste terapije i ishoda lečenja.

Fisher-ov test tačne verovatnoće je prvobitno osmišljen za 2x2 tabelu i korišćen je samo kada su očekivane učestalosti bile male. To je zato što su za veće brojeve i veće tabele proračuni bili nepraktični. Sa računarima stvari su se promenile i Fisher-ov test tačne verovatnoće može da se uradi za bilo koju 2x2 tabelu. Neki programi će takođe izračunati Fisher-ov test tačne verovatnoće za veće tabele, dok se broj redova i kolona povećava, broj mogućih tabela raste vrlo

brzo i postaje neizvodljivo da se izračuna i sačuva verovatnoća za svaku od njih. Postoje specijalni programi kao što je *StatExact* koji prave slučajni uzorak mogućih tabela i koriste ih za procenu raspodele verovatnoća. Metode koje uzorkuju mogućnosti na ovaj način zovu se *Monte Carlo metode*.

Bilo je mnogo sporova između statističara o validnosti testa tačne verovatnoće i korekciji kontinuiteta koji ga aproksimira. Problem je i dalje nerešen, a diskusija o ovom problemu je van domašaja ove knjige. Za neke slučajeve Fisher-ov test tačne verovatnoće i Yates-ova korekcija mogu biti konzervativni, odnosno dati veću verovatnoću nego što bi trebalo, mada je ovo stvar rasprave. Stav autora ove knjige je da Yates-ovu korekciju i Fisher-ov test tačne verovatnoće treba koristiti.

Mc NEMAR-ov TEST

Mc Nemar-ov test je u stvari χ^2 test za dva zavisna uzorka. Njime se utvrđuje da li postoji povezanost između dihotomnih obeležja dva zavisna uzorka.

Zavisnost podrazumeva bilo iste jedinice posmatranja u dva vremena (pre i posle nekog tretmana) ili iste jedinice posmatranja podvrgnute dejstvu dva različita tretmana. Obeležja tablice kontigencije su prvo i drugo vreme ili prvi i drugi tretman. Podaci koji se posmatraju mogu biti i parametrijski ali heterogeni.

Primenjuje se na tablice kontigencije 2x2 koja se odnosi na zavisne uzorke. Ishodi u tablici su specifično organizovani:

drugo obeležje	prvo obeležje		ukupno
	pozitivno	negativno	
pozitivno	a	b	a+b
negativno	c	d	c+d
ukupno	a+c	b+d	N=a+b+c+d

Ivični zbrovi nisu bitni za Mc Nemar test. U izračunavanju se koriste one učestalosti u kojima se ogleda razlika u dejstvu faktora. U kontigencijskoj tablici je vidljivo da se dobijene razlike nalaze u ćelijama b i c.

Empirijska vrednost Mc Nemar-ovog testa dobija se preko χ^2 testa:

$$\chi^2 = \frac{([b-c]-1)^2}{b+c}$$

Stepeni slobode se izračunavaju kao kod χ^2 testa: S.S. = (K-1)x(R-1).

Tumačenje realizovane vrednosti χ^2 testa vrši se na osnovu tablica kritičnih vrednosti χ^2 distribucije.

Uslovi za primenu Mc Nemar testa:

1. Ne može se primeniti ako je neka od validnih učestalosti manja od 5.
2. Yates-ova korekcija se primenjuje kada je $a+d < 20$.

Primer 5. U jednom istraživanju u području dijagnostike nastojalo se videti da li postoji razlika između dve dijagnostičke metode u otkrivanju jedne bolesti. Istraživanjem je obuhvaćeno 100 ispitanika.

Dijagnostička metoda II	Dijagnostička metoda I	
	pozitivan nalaz	negativan nalaz
pozitivan nalaz	15 (a)	40 (b)
negativan nalaz	25 (c)	20 (d)

Dakle, postavlja se pitanje postoji li značajna razlika između dijagnostičke metode I i II.

Ho: Ne postoji statistički značajna razlika između dijagnostičkih metoda I i II

Ha: Postoji statistički značajna razlika između dijagnostičkih metoda I i II

$$\chi^2 = \frac{([40-25]-1)^2}{40+25} = 3,02$$

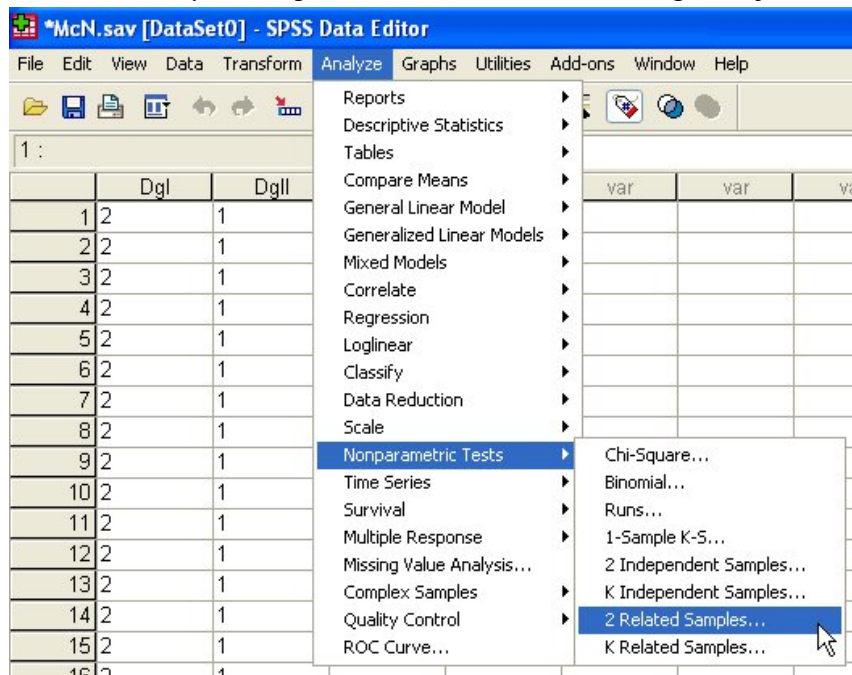
$$S.S. = (K-1)x(R-1) = (2-1)x(2-1) = 1$$

$$\chi^2_{McN} = 3,02 < \chi^2_{(1; 0,05)} = 3,841 \text{ i } p > 0,05$$

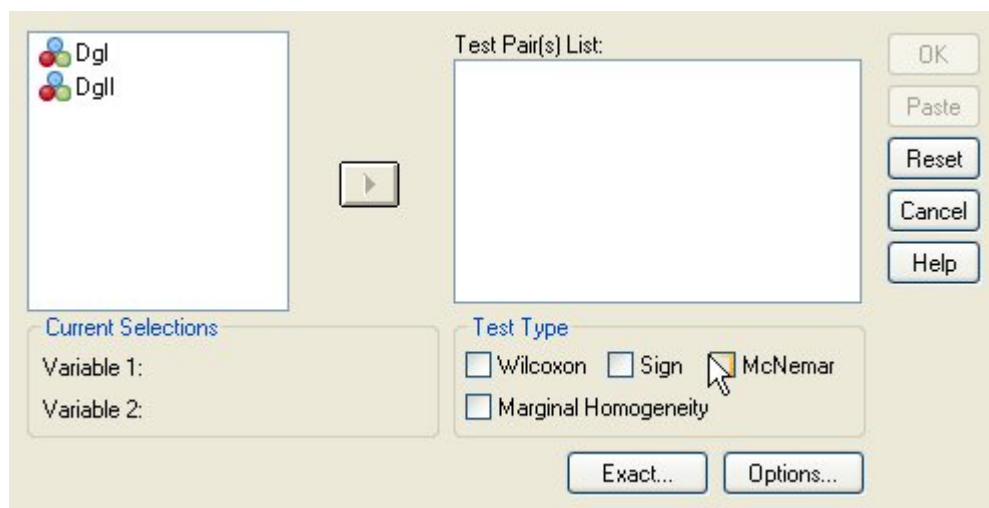
Kako je realizovana χ^2_{McN} vrednost od 3,02 veća od granične tablične vrednosti, $\chi^2=3,841$, za broj stepeni slobode 1 i prag značajnosti od $p=0,05$, to prihvatamo nultu i odbacujemo alternativnu hipotezu jer je greška $p > 0,05$ i zaključujemo da ne postoji statistički značajna razlika između dijagnostičkih metoda I i II

U SPSS-u se zadatak radi na sledeći način:

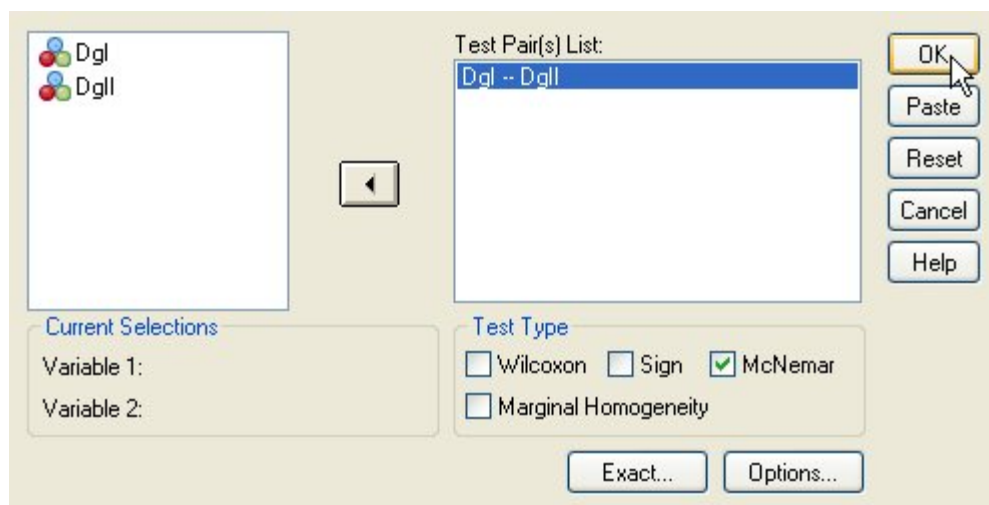
Otvori se *Analyse/Nonparametric Tests* i u desnom grananju *2 Related Samples*:



Kada se otvori *2 Related Samples* pojavi se sledeći prozor:



Sa leve na desnu stranu treba prebaciti varijable koje se ukrštaju, a to su „Dgl“ za prvu dijagnostičku metodu i „DgII“ za drugu. Zatim se odabere *Mc Nemar*.



Izda se nalog *OK* i dobiju rezultati:

Dgll & Dgl

Dgll	Dgl	
	1	2
1	15	40
2	25	20

Test Statistics^b

	Dgll & Dgl
N	100
Chi-Square ^a	3.015
Asymp. Sig.	.082

a. Continuity Corrected

b. McNemar Test

Prva tabela je tabela kontigencije, a rezultati su u drugoj tabeli i to vrednost testa u redu *Chi-Square*, odakle se čita $\chi^2_{McN} = 3,015$, a vrednost p u redu *Asymp. Sig*, koje je $p = 0,082$.

ADITIVNO DEJSTVO χ^2 TESTA

Aditivno dejstvo χ^2 testa znači da je moguće sabrati veći broj vrednosti χ^2 testa (pri čemu se sabiraju i stepeni slobode) za istu pojavu i na osnovu tog zbira zaključiti o značajnosti razlike.

Primer 6. Dejstvo vakcine protiv gripa ispitano je u Nišu, Kragujevcu, Beogradu i Novom Sadu i dobijene su sledeće vrednosti za χ^2 test:

naselje	vrednost χ^2	S.S.
Niš	2,64	1
Kragujevac	2,38	1
Beograd	4,46	1
Novi Sad	2,93	1
Σ	12,41	4

Za svaki grad ponaosob rezultat je vezan za jedan stepen slobode i na nivou značajnosti od $p = 0,05$. Tablična vrednost χ^2 iznosi 3,841. Prema tome, statistički je značajan samo rezultat u Novom Sadu. Kako u ostalim Gradovima nemamo značajnost, to nemamo dovoljno dokaza ni za prihvatanje ni za odbacivanje nulte hipoteze. Međutim, kako zbir svih vrednosti χ^2 iznosi 12,41 i za 4 stepeni slobode, na nivou značajnosti od $p=0,05$ ovaj rezultat ukazuje na značajnost razlike, jer je:

$$\chi^2 = 12,41 > \chi^2_{(4; 0,05)} = 9,49 \text{ i } p < 0,05$$

To upućuje na neprihvatanje nulte hipoteze, odnosno na zaključak da primena vakcina utiče na smanjenje obolevanja. Aditivno svojstvo χ^2 testa omogućava jasnije rezultate testiranja.

Zadaci za vežbanje

1. Psiholog je u istraživanju mentalno zaostale dece hteo da ispita da li su ona sklonija nekoj određenoj boji. Izabrao je 80 mentalno zaostale dece i dao im da izaberu između četiri različite boje košulje : 25 je izabralo braon, 18 oranž, 19 žutu i 19 zelenu boju. Da li postoji posebna sklonost dece prema nekoj određenoj boji?
2. U jednoj klinici nastojalo se ispitati da li se dobijene učestalosti učinka psihoterapije značajno razlikuju od onih koje bi smo očekivali pod pretpostavkom da lečenje nema stvarnih učinaka. Istraživanjem je obuhvaćeno 100 bolesnika od kojih je kod 45 stanje bilo bolje, kod 25 lošije, a kod 30 isto. Da li je bolesnicima nakon psihoterapije bilo bolje?
3. U jednom istraživanju nastojalo se videti da li ishrana bolesnika utiče na pojavu kardiovaskularnih bolesti. Istraživanjem je obuhvaćeno 230 ispitanika. Od ukupno 150 ispitanika koji su imali ishranu sa visokim holesterolom, kod njih 110 razvila se kardiovaskularna bolest, kao i kod 20 od 80 ispitanika koji su koristili ishranu sa niskim holesterolom. Da li ishrana utiče na pojavu kardiovaskularnih bolesti?
4. Ispitivana je povezanost između zapaljenja dojke i pojave raka dojke na uzorku od 212 žena, od kojih je 106 imalo karcinom dojke, a 106 je bilo bez karcinoma. Od 106 žena sa karcinomom dojke, 62 su imale i zapaljenje, a od 106 žena bez karcinoma dojke zapaljenje je imalo 40 žena. Da li postoji povezanost između zapaljenja i karcinoma dojke?
5. Pri izbijanju epidemije u jednom naselju sa 9000 stanovnika, u odnosu na vakcinisanost stanovništva, dobijeni su sledeći odnosi obolelih i neobolelih:

stanje vakcinisanosti	oboleli	nisu oboleli
vakcinisani pre 11 meseci	250	2250
vakcinisani pre same epidemije	180	3320
nevakcinisani	520	2480

Da li postoji statistički značajna razlika u oboljevanju kod vakcinisanih i nevakcinisanih i da li je ta razlika posledica vakcinacije ili je slučajnog karaktera?

6. Od radnika tri preduzeća (A, B i C) izdvojeni su uzorci ($A = 140$, $B = 130$ i $C = 130$) i posmatrana sklonost ka povređivanju na radu. U uzorku iz preduzeća A i C bilo je povređeno po 60, a preduzeću B 50 radnika. Da li je sklonost ka povređivanju u preduzećima ista, bez obzira na vrstu proizvodnje kojom se ta preduzeća bave, tj. Da li su skupovi radnika iz kojih su uzorci dobijeni homogeni (pa samim tim i sva tri uzorka pripadaju istom skupu)?

7. Standardnom i novom terapijom lečeno je 50 bolesnika i dobijeni su sledeći rezultati:

Nova terapija	Standardna terapija		ukupno
	poboljšano	nepromenjeno	
poboljšano	20	15	35
nepromenjeno	5	10	15
ukupno	25	25	50

Da li postoji značajna razlika u rezultatima lečenja starom i novom terapijom?

Prilog. Hi kvadrat distribucija.

SS	p			
	0,10	0,05	0,01	0,005
1	2,70554	3,84146	6,63490	7,87944
2	4,60517	5,99146	9,21034	10,59663
3	6,25139	7,81473	11,34487	12,83816
4	7,77944	9,48773	13,27670	14,86026
5	9,23636	11,07050	15,08627	16,74960
6	10,64464	12,59159	16,81189	18,54758
7	12,01704	14,06714	18,47531	20,27774
8	13,36157	15,50731	20,09024	21,95495
9	14,68366	16,91898	21,66599	23,58935
10	15,98718	18,30704	23,20925	25,18818
11	17,27501	19,67514	24,72497	26,75685
12	18,54935	21,02607	26,21697	28,29952
13	19,81193	22,36203	27,68825	29,81947
14	21,06414	23,68479	29,14124	31,31935
15	22,30713	24,99579	30,57791	30,57791
16	23,54183	26,29623	31,99993	34,26719
17	24,76904	27,58711	33,40866	35,71847
18	25,98942	28,86930	34,80531	37,15645
19	27,20357	30,14353	36,19087	38,58226
20	28,41198	31,41043	37,56623	39,99685
21	29,61509	32,67057	38,93217	41,40106
22	30,81328	33,92444	40,28936	42,79565
23	32,00690	35,17246	41,63840	44,18128
24	33,19624	36,41503	42,97982	45,55851
25	34,38159	37,65248	44,31410	46,92789
26	35,56317	38,88514	45,64168	48,28988
27	36,74122	40,11327	46,96294	49,64492
28	37,91592	41,33714	48,27824	50,99338
29	39,08747	42,55697	49,58788	52,33562
30	40,25602	43,77297	50,89218	53,67196